

Mania de Matemática – 2

Ian Stewart

Mania de Matemática – 2

Novos enigmas e desafios matemáticos

Tradução:
Diego Alfaro

Revisão técnica:
Samuel Jurkiewicz
Coppe-UFRJ



ZAHAR
Rio de Janeiro

Título original:
How to Cut a Cake
(*And Other Mathematical Conundrums*)

Tradução autorizada da primeira edição inglesa,
publicada em 2006 por Oxford University Press,
de Oxford, Inglaterra

Copyright © 2006, Joat Enterprises

Copyright da edição brasileira © 2009:
Jorge Zahar Editor Ltda.
rua México 31 sobreloja
20031-144 Rio de Janeiro, RJ
tel.: (21) 2108-0808 / fax: (21) 2108-0800
e-mail: jze@zahar.com.br
site: www.zahar.com.br

Todos os direitos reservados.
A reprodução não-autorizada desta publicação, no todo
ou em parte, constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Capa: Sérgio Campante
Ilustração da capa: © Spike Gerrell

CIP-Brasil. Catalogação-na-fonte
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ.

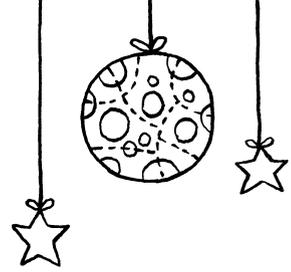
Stewart, Ian, 1945-
S871m Mania de matemática – 2: novos enigmas e desafios matemáticos / Ian Stewart;
tradução, Diego Alfaro; revisão técnica, Samuel Jurkiewicz. — Rio de Janeiro: Jorge
Zahar Ed., 2009.

il.
v.2

Tradução de: *How to cut a cake: and other mathematical conundrums*
Inclui índice
ISBN 978-85-378-0117-8

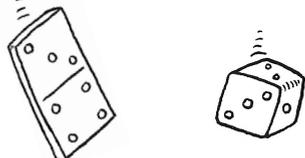
1. Matemática – Estudo e ensino (Superior) – Programas de atividades. 2.
Matemática recreativa. I. Título.

Sumário



<i>Prefácio</i>	7
1. A sua metade é maior que a minha!	13
2. Revogando a lei das médias	20
3. O laço através do espelho	33
4. Paradoxo perdido	43
5. Como sardinhas redondas enlatadas	52
6. Xadrez interminável	63
7. Quods e quasares	71
8. Provas de conhecimento zero	77
9. Impérios na Lua	84
10. Impérios e a eletrônica	93
11. Ressuscitando o baralho	103
12. A conjectura da bolha de sabão	113
13. Linhas cruzadas na fábrica de tijolos	123
14. Divisão sem inveja	130
15. Vaga-lumes frenéticos	138
16. Por que o fio do telefone fica enroscado?	147
17. O triângulo onipresente de Sierpinski	156
18. Defenda o Império Romano!	166
19. Roubo de triângulos	173
20. A Páscoa é um quase-cristal	181
<i>Sugestões de leitura</i>	189
<i>Créditos das figuras</i>	193
<i>Índice remissivo</i>	195

Prefácio



Às vezes, quando estou particularmente relaxado e minha cabeça começa a vagar, pergunto-me como seria o mundo se todos gostassem tanto de matemática quanto eu. As manchetes dos telejornais trariam notícias sobre os últimos teoremas em topologia algébrica em vez de apresentarem escândalos políticos baratos; os adolescentes baixariam “O melhor dos teoremas” para seus iPods; e os cantores de calipso (aquele velho ritmo caribenho, lembram dele?) tocariam suas guitarras ao som de “Lema três”... O que me faz lembrar que o cantor folk Stan Kelly (agora chamado Stan Kelly-Bootle, pode procurá-lo no Google) chegou de fato a escrever uma música chamada “Lemma Three” nos idos anos 1960, enquanto estudava para o mestrado de matemática na Universidade de Warwick. Ela começava assim:

Lemma three, very pretty, and the converse pretty too
But only God and Fermat know which one of them is true.*

De qualquer forma, sempre encarei a matemática como uma fonte de inspiração e prazer. Estou ciente de que, para a maioria das pessoas, ela inspira apenas terror, e não entretenimento, mas não consigo partilhar dessa opinião. Racionalmente entendo alguns dos motivos para o medo generalizado da matemática: não há nada pior que uma matéria

* Lema três, muito belo, e também sua recíproca /Mas só Deus e Fermat sabem qual dos dois é verdadeiro. (N.T.)



que exige rigor e precisão absolutos quando estamos tentando nos livrar de um problema com um punhado de frases de efeito e uma grande dose de insolência. Porém, emocionalmente, tenho muita dificuldade em entender por que as pessoas não se sentem intrigadas e fascinadas por uma disciplina tão essencial para o mundo que habitamos — com uma história tão longa e cativante, repleta das mais brilhantes idéias já concebidas pela humanidade.

Por outro lado, os observadores de aves também têm dificuldades em entender por que o resto do mundo não compartilha de sua paixão por ticar listas de aves. “Minha nossa, essa não é a plumagem de acasalamento do bocó-de-bico-amarelo? O último exemplar dessa ave já registrado na Grã-Bretanha foi avistado na ilha de Skye, em 1843, e estava parcialmente escondido atrás de um — ah, não, é só um estorninho com a cauda suja de barro.” Sem ofensas — eu coleciono pedras. “Uau! Um granito de Assuã legítimo!” Minha casa está ficando cheia de pedacinhos do planeta.

O fato de que a maior parte das pessoas pense em aritmética corriqueira ao ouvir a palavra “matemática” também não ajuda. A aritmética é divertida, de um jeito meio nerd, se você for capaz de resolvê-la. Do contrário, torna-se horrível. Além do mais, é muito difícil nos divertirmos com alguma coisa — seja matemática ou observação de aves — se tivermos alguém do nosso lado com uma canetona vermelha na mão, esperando o momento em que cometeremos um pequeno deslize para avançar e rabiscar a página inteira. (Digo isso metaforicamente. No passado, a coisa era assim mesmo.) Afinal, quando estamos entre amigos, qual é a importância de uma ou duas casas decimais? Mas boa parte da graça da matemática parece ter sido extinta em algum ponto do abismo que separa o currículo escolar da compreensão que Joãozinho consegue ter dele. O que é uma pena.

Não estou dizendo que *Mania de matemática II* terá um efeito fenomenal sobre as habilidades matemáticas do público em geral, embora isso talvez possa ocorrer. (Que tipo de efeito... ah, isso já é outra questão.) Não tenho a intenção de converter ninguém com este livro — ele se dirige aos fãs, aos entusiastas, às pessoas que já *gostam* efetivamente de matemática e que ainda têm uma cabeça jovem o suficiente para conse-



guir extrair muito prazer de brincadeiras. O ar de frivolidade é reforçado pelos adoráveis desenhos de Spike Gerrell, que captam perfeitamente o espírito da discussão.

O propósito, porém, é inteiramente sério.

Na verdade, minha intenção era chamar o livro de *Armas de destruição matemática*, o que, na minha cabeça, transmitia exatamente esse equilíbrio entre seriedade e frivolidade, portanto eu talvez deva agradecer ao departamento de marketing por ter vetado esse nome. Também existe o risco de que, ao verem o desenho da capa, alguns de vocês pensem em comprar este livro para aprender alguma importante técnica culinária. Por isso faço a ressalva: este livro é sobre charadas e jogos de natureza matemática, e não sobre receitas de cozinha. O bolo, na verdade, é um espaço de Borel.

Muito bem disfarçado de... bolo. A matemática não nos ensina a cozinhá-lo, e sim a dividi-lo de maneira justa entre qualquer número de pessoas. E — o que é muito mais difícil — sem provocar inveja. A divisão de um bolo nos dá uma introdução simples às teorias matemáticas sobre o compartilhamento de recursos. Como na maior parte dos tópicos introdutórios em matemática, trata-se do que os profissionais costumam chamar de “*toy model*”, uma simplificação drástica de alguma coisa existente no mundo real, mas que nos faz pensar em alguns problemas fundamentais. Por exemplo, o modelo em questão deixa evidente que é *mais fácil* dividir recursos entre diversos grupos concorrentes de um modo que todos considerem justo se esses grupos valorizarem os recursos de maneira diferente.

Assim como seus predecessores — *Game, Set and Math; Another Fine Math You’ve Got Me Into* e *Mania de matemática* (este também publicado pela Zahar) —, o livro se baseou numa série de colunas sobre jogos matemáticos que escrevi para a revista *Scientific American* e suas traduções para outros idiomas entre 1987 e 2001. Editei brevemente as colunas, corrigi todos os erros conhecidos e introduzi um número desconhecido de erros novos; além disso, inseri comentários de leitores, quando apropriados, na seção “Correspondência”. Também repus parte do material que não apareceu nas versões para a revista por causa das limitações de



espaço. Portanto este trabalho é uma espécie de “versão ampliada” dos originais. Os tópicos variam de gráficos a probabilidade, de lógica a superfícies mínimas, de topologia a quase-cristais. E tratam da divisão de bolos, naturalmente. Foram escolhidos principalmente pela capacidade de entreter, e não por serem extremamente significativos; portanto, não vá pensar que o conteúdo representa com fidelidade a atividade realizada atualmente nas áreas de ponta do conhecimento.

No entanto, ele de fato *reflete* a atividade atual nas áreas de ponta do conhecimento. O tema polêmico sobre como cortar um bolo pertence a uma longa tradição matemática — data de pelo menos 3.500 anos, na Babilônia antiga — de propor questões sérias em ambientes frívolos. Portanto, quando você ler, como aqui, discussões sobre “por que o fio do telefone fica enroscado”, o tópico não servirá apenas para organizar o ninho de rato que costuma ficar preso ao seu telefone. A boa matemática tem uma certa universalidade curiosa que faz com que as idéias derivadas de algum problema simples sirvam para esclarecer muitas outras. No mundo real, muitas coisas giram e se enroscam: fios de telefone, gavinhas de plantas, moléculas de DNA, cabos de comunicação subaquáticos. Estas quatro aplicações da matemática do enroscamento possuem diversas diferenças essenciais: seria bastante compreensível se você ficasse chateado ao ver que o técnico levou embora o fio do seu telefone e o trocou por um pedaço de trepadeira. No entanto, elas também se sobrepõem num sentido muito útil: o mesmo modelo matemático simples serve para esclarecer todas essas aplicações. Ele talvez não responda todas as dúvidas que você tenha, e pode ser que ignore importantes questões práticas, mas, depois de criado um modelo simples que permita a análise matemática, é possível desenvolver outros modelos, mais complexos e detalhados, sobre essa base.

Meu objetivo é misturar o pensamento abstrato ao mundo real para motivar diversas idéias matemáticas. A recompensa, para mim, não virá sob a forma de soluções práticas para problemas do mundo real. A principal recompensa será uma nova matemática. Não podemos desenvolver uma importante aplicação da matemática em poucas páginas, mas podemos, com suficiente imaginação, perceber de que maneira uma idéia



matemática deduzida em um ambiente pode ser aplicada inesperadamente em outro. Neste livro, o melhor exemplo disso talvez seja a conexão entre “impérios” e circuitos eletrônicos. Nesse caso, um enigma estranho e artificial sobre como colorir mapas de territórios na Terra e na Lua (Capítulo 9) tem efeitos práticos sobre o teste de circuitos eletrônicos em busca de falhas (Capítulo 10), um trabalho de grande importância. A questão é que os matemáticos se depararam inicialmente com a idéia num contexto frívolo (embora não *tão* frívolo quanto a versão apresentada aqui), e só então perceberam que ela tinha aplicações sérias.

A coisa pode funcionar ao contrário. O Capítulo 15 inspirou-se no incrível comportamento de algumas espécies asiáticas de vaga-lumes, cujos machos piscam de modo sincronizado — provavelmente para melhorar a capacidade coletiva do enxame de atrair fêmeas, ainda que isso não melhore suas capacidades individuais. Como ocorre essa sincronização? Nesse caso, o problema sério surgiu em primeiro lugar, a matemática abordou o problema e gerou ao menos uma solução parcial, e só depois ficou claro que a mesma matemática poderia ser usada para resolver muitas outras questões sobre sincronização. Minha abordagem transforma tudo num jogo de tabuleiro sobre o qual você poderá jogar. Com um porém: algumas questões desse jogo, que aparentam uma falsa simplicidade, ainda não foram resolvidas. De certa forma, compreendemos melhor a aplicação real que o modelo simplificado.

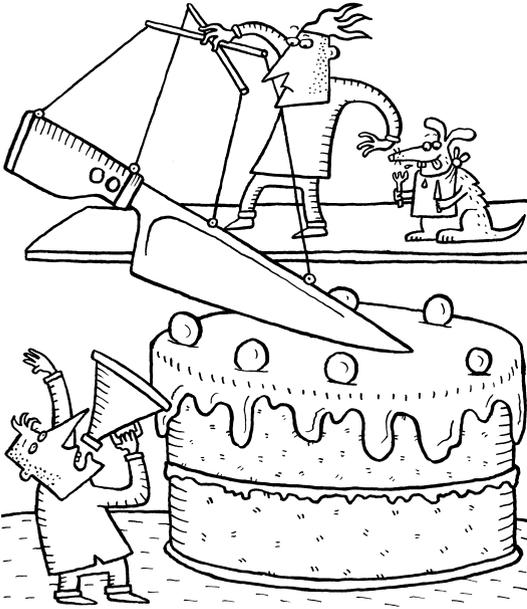
Com poucas exceções, cada capítulo é independente dos demais. Você pode começar por onde quiser e, se ficar enalhado por algum motivo, pode abandonar esse capítulo e pular para outro. Este livro lhe dará — eu asseguro — melhor compreensão da amplitude da disciplina chamada matemática, da profundidade que atinge (muito maior que a ensinada na escola), de sua gama de aplicações incrivelmente ampla e das surpreendentes conexões que ligam esta ciência, formando um todo unificado e terrivelmente poderoso. Tudo isso apenas resolvendo enigmas e jogos.

E, o que é mais importante, exercitando sua cabeça.

Nunca subestime o poder das brincadeiras.

- 1 -

A sua metade é maior que a minha!



Se duas pessoas quiserem dividir um bolo sem brigar, a melhor solução é o velho método "eu corto, você escolhe". O problema se torna surpreendentemente complicado quando há mais de duas pessoas em jogo; quanto mais participantes houver, mais complicado se torna. A menos que você use uma faca móvel para cortar lentamente o mal pela raiz... e também o bolo.

Um homenzarrão e um homenzinho estavam sentados no vagão-restaurante de um trem e pediram um prato de peixe. Quando o garçom trouxe a comida, havia um peixão e um peixinho. O homenzarrão, servido em primeiro lugar, apanhou rapidamente o peixão; o homenzinho se queixou, dizendo que aquilo era extremamente mal-educado.

— E o que *você* teria feito se pudesse escolher primeiro? — perguntou o homenzarrão, um tanto irritado.

— Eu teria sido educado e pegaria o peixinho — disse o homenzinho, presunçoso.

— Pois bem, foi exatamente o que *você* ganhou! — retrucou o outro.